

Az OTKA T037715 pályázat eredményeinek összefoglalása. A teljes kutatási időszakban (2002-2005) elért eredmények megfelelnek a pályázat célkitűzéseinek.

A nemlokális testek anyagtörvényeinek a szakcikkekben 8-féle felépítési módját találtuk. A lehetőségek viszonylag nagy száma miatt arra következtettünk, hogy a nemlokális testek anyagtörvényének nincsen elfogadott alaja. A szakirodalomban talált anyagtörvény megfogalmazási lehetőségek az alábbiak.

1. funkcionálok használata,
2. gradiens anyagok feltételezése,
3. belső változók használata,
4. poláris anyagok használata,
5. Eshelby feszültség elmélete,
6. tapasztalati vagy féltapasztalati elméletek,
7. diszperzió analízis,
8. nemlineáris nemlokális elmélet.

A felvetett 8 felépítési vagy javaslati módból a kutatás során kettőt vizsgáltunk részletesen, mégpedig a Mindlin-féle anyag esetét (besorolható az 1. és 2. lehetőségekbe) és a témavezető által 1959-ben javasolt hullámdinamikai anyagtörvény meghatározási módot (besorolható a 6. 7. és 8. lehetőségekbe). A nemlokális testek anyagtörvényét a kis alakváltozás esetében vizsgáltuk. Először a hullámdinamikai elmélet majd a Mindlin által követett anyagtörvény meghatározási módszer alkalmazása és továbbfejlesztése felhasználásával. Ez utóbbi eljárás olyan gradiens anyagegyenlethez vezet, amely az alakváltozási tenzor magasabb deriváltjait tartalmazza. A gradiens anyagok, közöttük a másodrendű anyagok, tulajdonképpen Mindlin módszerét követve, egy funkcionál alapfüggvényének Lagrange deriváltjaként állítja elő a feszültségi tenzort. A Lagrange deriváltat belső változóval és evolúciós egyenlettel is kiegészítjük, vagy a hullámdinamikai elmélet kritériumait mint feltételeket a Lagrange deriválthoz kapcsoljuk széles körben kiterjeszthetjük az anyagtörvények lehetséges körét. Bevezettük tehát a feltételes Lagrange deriváltat, amely biztosítja a hullámdinamikai elmélet által megkövetelt gyorsuláshullám létezését. Az ilyen Lagrange derivált a nemlokális test általánosabb alaját értelmezi. A hullámdinamikai elmélet a nemlokális testek viszkózus tulajdonságát is képes kifejezni. Ez az általánosítás előadásként egy miskolci konferencián elhangzott és elfogadott szakcikkekben jelenik meg.

Az anyagi instabilitásnak a dinamikai rendszerek elméletében szokásos megközelítésénél a feladat matematikai alapját parciális differenciálegyenletek (a Cauchy-féle mozgásegyenletek, a kinematikai egyenletek és a konstitutív egyenletek) adják. Gyakran az anyagi instabilitási problémák tárgyalásánál megkíséreljük a parciális differenciálegyenlet-rendszert a közönséges differenciálegyenlet-rendszerekre igen hatékonyan alkalmazott stabilitásvizsgálati eljárással vizsgálni, mely a dinamikai rendszerek elméletén alapszik. Megemlítendő az ott használt Ljapunov-féle direkt és indirekt módszer és a bifurkáció elmélet. Ennek egy lehetséges módját vizsgáltuk, és megmutattuk kapcsolatát a szakirodalomban periodikus perturbációnak nevezett módszerrel. Az általunk használt eljárásból adódó új eredmények egyrészt az anyagi instabilitás jelenségének mélyebb megértését (2005-ben sikeresen megvédett MTA doktori értekezés tartalmazza; az értekezés téziseit a következőkben közöljük), másrészt az egyes, a szakirodalomban alkalmazott anyagmodellek stabilitásvesztési jellegének magyarázatát szolgálják. Ez utóbbi az anyagmodellek kapcsán igen hasznos, lehetőséget ad ugyanis a konstitutív egyenletek további (alacsonyabb deriváltakat tartalmazó) tagokkal történő kiegészítésére. A stabilitásvizsgálat az anyagukat a meszesedés miatt megváltoztató vérerek vizsgálata esetében figyelembe vettük.

Az anyagi instabilitás kutatása a dinamikai rendszerek elméletében kidolgozott módszerek alkalmazását teszi lehetővé. A feladatban ilyen módon a Ljapunov-féle vizsgálati módszerek felhasználásával az anyagtörvény újabb lehetséges változó jelennek meg azonfelül, hogy tisztázható a bifurkációelmélet felosztásainak egyértelmű meghatározása, és ezek kapcsolata a nemlokális anyagtörvényre vonatkozóan.

Béda Péter az MTA doktori értekezésében bemutatott új tudományos eredményeket a következő 5 tézis foglalja össze.

I. tézis

A dinamikai rendszerek stabilitáselméletének módszerei hatékonyan alkalmazhatóak az anyagi instabilitási jelenségek vizsgálatára.

A. Egy dimenziós feladatnál az adódó peremfeladatot megoldva a vizsgálat további megszorítások nélkül analitikusan elvégezhető.

B. Az általános esetben a feladat egy speciális megoldástípus vizsgálatával egyszerűsíthető. Amennyiben ezek a harmonikus függvények, ez az eljárás lépéseiben azonos a szakirodalomban periódikus perturbációnak nevezett módszerrel.

II. tézis

A dinamikai rendszereken alapuló módszer alkalmazása általános feltételhez vezetett csillapítatlan, sebességfüggő (rate dependent), továbbá többféle gradiensfüggő anyag valamely vizsgált állapotának stabilitására, illetve az alapvető stabilitásvesztési típusok, a statikus és a dinamikus bifurkáció felléptére.

III. tézis

A szakirodalomban tárgyalt számos instabilitási eset az értekezésben két, a II. tézisnek megfelelően bevezetett, stabilitásvesztési módba sorolható be. Ide tartoznak az alábbi példák.

A. Az anyagi instabilitással foglalkozó angol nyelvű szakirodalomban flutter-nek nevezett instabilitási jelenség az értekezésben bemutatott dinamikus bifurkáció típusú stabilitásvesztés egy speciális esete.

B. A szakirodalomban közölt kísérleti eredményekben jelentkező Portevin-Le Chatelier hatás szintén a dinamikus bifurkáció típusú stabilitásvesztés speciális esete.

IV. tézis

Az egy méretű feladat esetén megvizsgáltuk több a szakirodalomban használt anyagtörvénynél a stabilitásvesztés módjait. Ennek eredményei a következő megállapítások:

A. a legtöbb vizsgált anyagmodellnél az úgynevezett divergencia instabilitás a statikus bifurkációval azonos;

B. az $f(\sigma, \varepsilon, \dot{\varepsilon}, \varepsilon_x) = 0$ anyagtörvénynél a stabilitásvesztés nem lehet statikus bifurkáció;

C. a sebességfüggetlen (rate independent) anyagmodellnél a feladathoz rendelt differenciáloperátor sajátértékei a komplex sík tengelyeire szimmetrikusak, és ezért az instabilitás szimmetrikus statikus bifurkációval lép fel;

D. a második gradienstől függő anyagtörvény statikus bifurkációjának kivételével a kritikus sajátértékek és sajátfüggvények torlódnak, ami oka lehet a „mesh sensitivity jelenségnek.

V. tézis

Az egy méretű feladatnál a második gradienstől függő anyag statikus bifurkációja esetén matematikailag is értelmezhető a szakirodalomban elterjedten alkalmazott statikus és

dinamikus belső anyagi hosszúság. Ennek folyományaként, többek között, az alábbi két megállapítás tehető.

- A. A statikus belső anyagi hosszúság a Ljapunov értelemben vett stabilitásvesztéssel szorosan összekapcsolódik, sőt a posztbifurkációs vizsgálatban is meghatározó szerepű. Ez adja meg ugyanis a stabilitásvesztés után kialakuló nemtriviális megoldások hullámhosszát.
- B. A dinamikus belső anyagi hosszúság ezzel szemben egyáltalán nem kapcsolódik a Ljapunov stabilitás fogalmához. A szerepe az, hogy a lehetséges periódikus és aperiódikus megoldásokat elkülönítse.

Végezetül vessük össze Céltűzés fejezet felvetéseit és a tézisekben közölt állításokat. Az I-III. tézisek a célok az első, míg a IV-V. tézisek a célok második csoportjában sorolt feladatok vizsgálatának eredményeit összegzik.

A tézisekben megfogalmazott eredmények alapvetően elméleti jelentőségűek. Lehetőséget kínálnak az anyagi instabilitás olyan egységes szemléletű megközelítésére, amely a mozgó véges szabadságfokú mechanikai rendszerek stabilitáselméletébe is jól illeszkedik.

Az értekezésben bemutatott kutatások több konkrét feladatban alkalmazhatóak. Ezek közül említést érdemelnek a töréssel, károsodással, tönkremenetellel stb. kapcsolatos alkalmazások. Az anyagi instabilitás és az egyes mérnöki szerkezetek, mint például gépek, szárazföldi vagy tengeri járművek, repülőgépek, és asztronautikai berendezések katasztrófaszerűen gyors tönkremenetele szoros kapcsolatban áll. Mivel ezek az események nagy károkat és veszélyeket okozhatnak, az instabilitási jelenségek minél mélyebb ismerete az ilyen eszközök tervezésében kiemelten fontos.

Egy másik lényeges alkalmazási terület az anyagmodellek kutatása. Ez további elméleti és kísérleti vizsgálatok szükségességét veti fel. Érdekes kérdés például, hogy miért alkalmaznak képlékeny alakváltozás vizsgálatára a mérnök gyakorlatban elterjedten olyan konstitutív egyenletet, ahol konzervatív rendszerekre jellemző szimmetriák jelentkeznek a stabilitásvesztésnél.

Egy másik érdekes probléma, hogy az értekezésben több esetben jelentkező végtelen dimenziós kritikus nulltér a

1. fizikai jelenség sajátossága-e,
2. vagy csak arról van szó, hogy az alkalmazott anyagmodell nem kielégítő.

Ezt a jelentőséget több kutató, numerikus eljárásokkal kimutatta, azaz bizonyos feltételek mellett nagyszámú nyírási vonal (shear band) adódott. Egységes álláspont azonban nem alakult ki.

Sok kutató az 1. álláspontot vallja, és azt állítják, hogy a szokásos kontinuummechanikai eszközök csak az anyagi instabilitás megjelenéséig használhatóak.

Ugyanakkor sokan követik a 2. elgondolást, és például az alakváltozási tenzor második gradiensét beemelik a konstitutív egyenletbe. Az így felépülő kontinuummechanikai egyenletrendszer már regulárisan viselkedik. Ezzel lehetővé válik például egy viszonylag egyszerű poszt-lokalizációs vizsgálat.

A kérdés szempontjából fontos az egyes anyagi instabilitási jelenségek időbeni lefolyását kísérletekkel tanulmányozni. Sajnos az ilyen jellegű kísérleti eredmények sem adnak egyértelmű képet. Sok esetben a befogás (peremfeltételek) szerepe a domináns, míg például dinamikus kísérleti vizsgálatok során nem lehetett egyértelműen eldönteni, hogy egyszeres vagy többszörös nyírási vonal jött létre.

Az anyagmodellezésre és a véges alakváltozások esetére vonatkozó anyagi instabilitási vizsgálatainkban kitértünk a konstitutív egyenlet lehetséges változóira vonatkozó feltételek

további keresésére, valamint arra, hogy milyen szerepe van a különböző alapfüggvények különféle deriváltjainak, vagyis a nemlokális jellegnek, az anyagi instabilitási jelenségek lefolyására. Két konkrét anyag esetén (réz, illetve egy speciális apatit alapú strukturált csontpótló anyag) az empirikus módszerek, különféle anyagvizsgálati eljárások eredményeit kapcsoltuk össze az elméleti vizsgálatok során tett felismeréseinkkel.

A vérerek meszesedésének szilárdságváltozását egy kétrétegű különböző anyagú vastagfalú csőszerkezeten modellezve sikerült egy jól áttekinthető ábrával vizsgálhatóvá tenni. Az eredmények a Gépészet 2004 szemináriumán előadás alakban elhangzott, és szakcikk formájában megjelent. A további vizsgálatokban olyan nemlokális anyagot alkalmaztunk, amely esetében a feszültségi tenzor függvénye az alakváltozási tenzornak és gradiensének. Ez az anyagtörvény egyszerűbb esetben három állandót tartalmaz, amelyek az érfal anyagjellemzőiből határozható meg. A peremfeladat megoldásában segít annak felismerése, hogy a számítások során alkalmazható a Volterra elv. Az így kapott eredmények az érfal szilárdsági elemzésére az előzőnél finobabb vizsgálatot eredményezett. A kétrétegű vastagfalú cső alkalmas modell a meszesedő vérerek szilárdsági megítélésére. A modellt finomítottuk a nemlokális testek esetére, amely a meszesedő erek szerkezetének pontosabb figyelembevételét tette lehetővé.

A vizsgálat eredményének ismertetésére a Gépészet 2006 szemináriumon kerül sor.

Az anyagtörvény vizsgálat rendszerint termodinamikai vizsgálatot is felvet. Ezért szükség volt, hogy az irreverzibilis folyamatoknál fellépő hullámterjedési vizsgálatokat is vegezzünk. Ennek alapján olyan eset is megállapítható volt, amelynél a termodinamikai hullámok és a mechanikai hullámok terjedési sebessége csak gyengén kapcsolt alakban lépnek fel, lehet tehát beszélni termodinamikai hullámról is. Ennek felvetése a blacksburgi előadáson vitát váltott ki, végülis megerősítést nyert. Egydimenziós esetben a termodinamikai hullám létezésének igazolása megtörtént. A nemlokális anyagok termomechanikai vizsgálata az irreverzibilis folyamatok esetén a termodinamikai és a mechanikai hullámok külön-külön és együttes megjelenését is eredményezi. Az eredmények a bécsi TS2005 konferencián előadásra kerültek, a részletes leírás kéziratban elkészült közlése megfelelő külföldi szaklapban folyamatban van.